1 Lógica Epistémica: introdução

A lógica epistémica é o ramo da lógica filosófica em que se procura formalizar a lógica do discurso sobre o conhecimento proposicional ("sabe que") e da crença ("acredita que"). O seu objetivo é articular e clarificar os princípios gerais do raciocínio sobre afirmações e atribuições de conhecimento e de crença, elucidando as suas implicações inferenciais e consequências.

A lógica epistémica teve início na segunda metade do século XX com o trabalho do lógico polaco Jerzy Los, nomeadamente no artigo "Many-Valued Logics and the Formalization of Intensional Functions" de 1948. Outros contributos significativos foram dados por Rudolf Carnap, Arthur Prior, Nicholas Rescher, G.H. von Wright.

Com base em Nicholas Rescher (2005, 2006), vejamos a construção de um sistema ς dedutivamente formalizado para a lógica epistémica.

2 Notação

Seguindo Rescher (2005), para além da notação familiar da lógica, utilizam-se as seguintes convenções de notação para a lógica epistémica:

- $x, y, z, \ldots,$ = variáveis para conhecedores (indivíduo inteligente ou grupos de tais indivíduos)
- $p, q, r, \ldots,$ = variáveis para proposições
- $\mathrm{K_x}\phi$ = "x sabe que ϕ"
- $\mathrm{K^*{}_x}\phi$ = "ϕ é derivável de proposições que x sabe"

Determinados símbolos especiais serão utilizados da seguinte forma:

- $\vdash \phi$ = "ϕ é uma tese do nosso sistema (ς)"[1]
- $\phi \vdash \psi = \vdash \phi \supset \psi$

3 Teses do sistema ς

Uma proposição que se qualifica como uma tese do sistema ς deve ser vista como verdadeira apenas em termos lógico-conceptuais. A sua validação dependerá inteiramente da especificação dos termos de referência que estão a ser empregues e, assim, das convenções de significado e de uso que estão a ser adotados. Essas teses servem, portanto, para especificar a conceção de *conhecimento* que estamos a considerar. E uma vez que uma "lógica" do conhecimento deve tratar de princípio gerais, é o estabelecimento ou refutação de tais generalizações conceptualmente fundamentadas que devemos tratar.

O que está aqui em jogo é um processo de "feedback" recíproco: uma certa conceção particular de conhecimento guia a construção do nosso sistema epistémico ς; por sua vez, as teses desse sistema ς definem e tornam mais precisa a conceção particular de conhecimento em consideração. Ao lidar com o *conhecimento* e a sua "lógica" não estamos a funcionar num domínio de total abstração (como seria o caso na lógica teórica ou matemática "pura"); pelo contrário, estamos a lidar com os recursos de seres inteligentes que operam dentro dos limites impostos pelas realidades do nosso mundo. Por isso, a lógica epistémica e as suas teses, ao serem ligadas às caraterísticas salientes do conceito estabelecido de conhecimento, estão correlacionadas à forma como realmente falamos e pensamos sobre este assunto.

[1] Por convenção, o uso de $\vdash$ transporta universalidade implícita para quaisquer variáveis livres. Assim, "$\vdash \mathrm{K_x p} \supset \mathrm{p}$" assevera que "$(\forall x)(\forall p)(\mathrm{K_x p} \supset \mathrm{p})$" é o caso no nosso sistema ς.

3.1 Seis teses fundamentais de ς

1. **Capacidade do conhecedor**: estamos a lidar com conhecedores efetivos, indivíduos que sabem pelo menos algo:[2]
   - $\vdash (\forall x)(\exists p)\ \mathrm{K_x p}$
2. **Limitações do conhecedor**: estamos a lidar com conhecedores de capacidade limitada, nenhum dos quais é omnisciente:
   - $\vdash (\forall x)(\exists p)\ (\mathrm{p} \wedge \sim \mathrm{K_x p})$
3. **Veracidade**: Tudo o que é efetivamente conhecido por alguém terá de ser o caso. Onde atribuimos conhecimento, devemos atribuir também verdade. Ou seja, não há tal coisa como *conhecimento de falsidades* - o conhecimento é *factivo*:
   - $\vdash \mathrm{K_x p} \supset \mathrm{p}$
4. **Conjuntividade**: os conhecedores têm a competência de serem capazes de "juntar dois mais dois". Ou seja, quando um conhecedor conhece dois factos separadamente, o conhecedor conhece-os conjuntamente[3]:
   - $\vdash (\mathrm{K_x p} \wedge \mathrm{K_x q}) \supset \mathrm{K_x(p \wedge q)}$
5. **Desagregatividade**: é a conversa da conjuntividade - o conhecimento é passível de desagregação. Ou seja, o que é conhecido conjuntamente é também conhecido separadamente:
   - $\vdash \mathrm{K_x(p \wedge q)} \supset (\mathrm{K_x p} \wedge \mathrm{K_x q})$
6. **Inferencialidade acessível**: os conhecedores estão em posição de saber as coisas que se seguem do que eles sabem. Ou seja, se p implica q, então se p é um conhecimento acessível a x, q é também um conhecimento acessível a x:
   - $\vdash (\mathrm{p} \supset \mathrm{q}) \supset (\mathrm{K^*{}_x p} \supset \mathrm{K^*{}_x q})$

3.2 Três consequências simples das teses fundamentais

- **O conhecimento é consistente**: se $\mathrm{K_x}p$ e $\mathrm{K_y}q$, então p tem de ser compatível com q.
  - Isso segue-se das teses 3 e 4, dado a consistência geral da verdade. Pois, $\mathrm{K_x}p$ e $\mathrm{K_y}q$ produz $p \wedge q$. Desse modo,
  - Se $\mathrm{K_x}p$ e $\mathrm{K_y}q$, então nunca $p \vdash \sim q$
- **As falsidades são incognoscíveis**: o conhecimento requer conformidade a factos, e falsidades não são factuais.
  - Portanto, as falsidades não podem ser conhecidas: se p é falsa, então ninguém pode saber p.
  - Ou seja, se $\sim p$, então $\sim (\exists x)\ \mathrm{K_x}p$. Ou de forma equivalente: Se $(\exists x)\ \mathrm{K_x}p$, então p. Isto segue-se pela tese 3.
- **Há uma verdade de que todos os conhecedores finitos são ignorantes**: $(\exists t)(\forall x) \sim \mathrm{K_x t}$. [Outra formulação $\sim (\forall t)(\exists x)\ \mathrm{K_x t}$].

[2] Essa tese 1 está naturalmente em desacordo com o *ceticismo radical*.

[3] A tese 4 pode ser controversa - o que a pode tornar problemática é que um análogo falha para proposições meramente prováveis (i.e. menos do que certas): uma conjunção de verdades prováveis não necessita de ser ela mesma provável. Contudo, Rescher (2005) argumenta que o conhecimento deve ser certo.

- Pela tese 2, os conhecedores em consideração são imperfeitos e limitados. Assim, temos $(\forall x)(\exists t) \sim K_x t$. Além disso, a história finita deste universo finito só dispõe de um número finito de tais conhecedores.
- Dado isso, cada um dos conhecedores não conseguirá conhecer alguma verdade. Mas considere-se agora a conjunção de todas essas verdades desconhecidas por todos os conhecedores finitos. Essa conjunção de verdades também terá de ser uma verdade. Ora, uma vez que cada conhecedor não consegue conhecer algum constituinte dessa conjunção, ninguém a conhece.
- Portanto, segue-se que $(\forall t)(\exists x)\ K_x t$ não é o caso[4].

3.3 Tese da dedutividade (ou princípio do fecho)

Ao desenvolver um sistema de lógica epistémica é preciso também dar conta de inferências dedutivas com respeito ao que é conhecido. Para esse fim, e como consequências das teses 4 e 6, podemos adotar a seguinte tese:

- **Princípio da dedutividade**: se $K_x p$ e $K_x(p \vdash q)$, então $K_x q$.[5]
  - Esta tese atribui aos sujeitos conhecimentos que se seguem inferencialmente de factos conhecidos (e em que se conhece a própria inferência).
  - Neste caso estamos perante conhecimento *disponível* - i.e. conhecimento que não precisa ser explicitamente declarado como tal pelos conhecedores em questão, mas que está disponível para eles através dos seus próprios recursos inferenciais.
  - Equivalente ao *axioma K*: $K_x(p \supset q) \supset (K_x p \supset K_x q)$.

Mas pode-se adotar um princípio mais modesto:

- **Princípio da dedutividade fraco**: se $K^*{}_x p$ e $p \vdash q$, então $K^*{}_x q$.
  - Ou de forma equivalente: se $p \vdash q$, então $K^*{}_x p \vdash K^*{}_x q$.
  - Com este princípio atribuímos aos nossos conhecedores um *conhecimento implícito* de tudo o que é dedutivamente abrangido pelo seu conhecimento (não apenas através das relações dedutivas que os conhecedores efetivamente conhecem, mas através de quaisquer relações dedutivas que existam mesmo quando não são reconhecidas pelos conhecedores).
  - Contudo, o que está aqui em questão não é o próprio conhecimento, mas as *informações disponíveis*.

Uma tese mais implausível, mas relacionada, é a seguinte:

[4] Formalmente desenvolvido:
1. $(\forall x)(\exists t) \sim Kxt$. [Tese II]
2. $(\exists t) \sim Kx_i t$. [Para algum conhecedor x_i, de 1]
3. $\sim Kx_i t_i$. [Para alguma verdade t_i, de 2 por instanciação universal]
4. $t^* = t_1 \wedge t_2 \wedge \ldots \wedge t_n$. [Por definição]
5. $\sim Kx_i t^*$. [De 4, pelas teses III e IV]
6. $(\forall x) \sim Kxt^*$. [De 5]
7. $(\exists t)(\forall x) \sim Kxt$. [De 6]
8. $\sim (\forall t)(\exists x)\ Kxt$. [De 7] QED

[5] O *princípio da dedutividade* tal como apresentado pode exigir algumas afinações. Pois, suponha-se que sei a conjunção dos axiomas de Peano e também sei que essa conjunção implica t*. Contudo, devido a alguma espécie de desconexão cognitiva, não consigo juntar esses dois conhecimentos e, assim, não consigo deduzir t* - nem saber que t*. Ainda assim podemos supor que, apesar de não conseguir juntar esses dois conhecimentos, acredito em t* simplesmente por causa de algum tipo de pensamento ilusório ou vontade de crer. Ora, nesse caso também não saberei que t*. Para lidar com esses problemas podemos fazer a seguinte correção no princípio: se $K_x p$ e $K_x(p \vdash q)$, e x acredita q com base de uma inferência de p e de $(p \vdash q)$, então $K_x q$.

- **Princípio da dedutividade forte**: se $K_x p$ e $p \vdash q$, então $K_x q$.
  - Ou seja, sabemos tudo o que é implicado pelo que sabemos.
  - Mas é um princípio demasiado forte: seria verdadeiro apenas para sujeitos logicamente omniscientes. P.e., aqueles que conhecem certos axiomas matemático saberiam também imediatamente todos os teoremas matemático que se seguem desses axiomas. As teses anteriores não caem neste problema[6].

3.4 Tese da dedutividade aplicada ao ceticismo cartesiano

A *tese da dedutividade* desempenha um papel importante na epistemologia, como no caso do *ceticismo cartesiano* em que se visa concluir que não se sabe proposições sobre o mundo exterior (tal como a de que temos duas mãos). Para formalizar o argumento, seja $_x$ a variável que nos refere como grupo, seja *m* a abreviatura de 'ter duas mãos', e *h* a abreviatura para alguma descrição de uma hipótese céptica (como a de que somos enganados por um génio maligno, ou de que somos um cérebro numa cuba, etc). Com base na tese da dedutividade podemos formular o seguinte argumento cético:

(1) $[K_x m \wedge K_x(m \supset \sim h)] \supset K_x \sim h$ (instância da *tese da dedutividade*)
(2) $K_x(m \supset \sim h)$ (sabemos que *m* implica a negação de *h*)
(3) $\sim K_x \sim h$ (não sabemos que *h* é falsa)
(4) $\therefore \sim [K_x m \wedge K_x(m \supset \sim h)]$ (*modus tollens*, de 1 e 3)
(5) $\therefore \sim K_x m$ (*silogismo conjuntivo*, de 2 e 4) QED

Possíveis **respostas** ao argumento cético:

- Negar (1): abandonar a tese da dedutividade, tal como Fred Dretske e Robert Nozick.
  - De acordo com Nozick (1981), o fracaso da tese da dedutividade é uma consequência da sua teoria do conhecimento.
  - De acordo com a sua análise do conhecimento (conhecida como *teoria externista de rastreio da verdade*), x sabe que p sse (i) p é verdadeira, (ii) x acredita que p, (iii) $\sim p \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \sim$ (x acredita que p), e (iv) $p \mathrel{\Box\!\!\rightarrow}$ x acredita que p[7].
  - A condição (iii), também conhecida como *condição da sensibilidade*, é equivalente a dizer que nos mundos possíveis próximos em que não-p, x não acredita que p. Para além dessa condição permitir lidar com os casos típicos Gettier, permite negar a tese da dedutividade.
  - Isto porque, por um lado, x sabe que *m*. Uma vez que, partindo da suposição que x habita num mundo normal (i.e. um mundo em que $\sim h$), *m* é verdadeira no mundo de x, x acredita adequadamente em *m* e, além disso, em mundos possíveis próximos em que $\sim m$ (p.e. em que x perde as suas mãos num terrível acidente) x não acredita equivocadamente em *m*. Ou seja, x sabe que *m* dado que satisfaz a condição "$\sim m \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \sim$ (x acredita que m)".
  - Mas, por outro lado, x não sabe que $\sim h$. Pois, de forma a saber que $\sim h$, x deveria satisfazer a seguinte equivalência lógica à condição da sensibilidade: "$h \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \sim$ (x acredita que $\sim h$)". Contudo x não satisfaz essa condição, uma vez que os mundos-h próximos são mundos onde x acredita que $\sim h$ (tal como efetivamente acredita).
  - Portanto, por (iii), x sabe que *m*, bem como sabe que ($m \supset \sim h$), mas não sabe $\sim h$.[8]

[6]De acordo com Rescher (2005), o *princípio da dedutividade fraco* não está comprometido com uma omnisciência-K, mas sim com uma omnisciência-K* (que é mais plausível).

[7]Estamos a usar "$\phi \mathrel{\Box\!\!\rightarrow} \psi$" para condicionais contrafactuais: *se ϕ fosse o caso, então ψ seria o caso*.

[8]Como crítica à condição de sensibilidade (iii), Kripke (2011) formulou um exemplo das implicações de (iii). Suponha-se que uma zona rural está repleta de fachadas de celeiros falsos, mas tais fachadas estão pintadas de azul; por sua vez, os raros

- Negar (3): manter a a tese da dedutividade com o *princípio da segurança*.
  - Sosa (1999) propõe a seguinte alternativa para uma análise de conhecimento: x sabe que p sse (i) p é verdadeira, (ii) x acredita que p, e (iii') x acredita que p $\square\!\!\rightarrow$ p.
  - A condição (iii') é conhecida como *segurança*; requer que a crença de x que p não possa ser facilmente falsa. Assim, em mundos possíveis próximos, i.e. em circunstâncias similares ao mundo atual, não acontece facilmente que x acredita p e p é falsa[9].
  - Com base em (iii'), suponha-se que x habita num mundo normal e tem uma crença verdadeira em m. Deste modo, é o caso que $K_x m$, uma vez que nos mundos possíveis próximos em que x acredita m, m é verdadeira. Mas será que x sabe que $\sim h$? Sim, porque x (dado que está num mundo normal) tem uma crença verdadeira em $\sim h$ e, em mundos possíveis próximos em que x acredita em $\sim h$, $\sim h$ é verdadeiro.
  - Essa condição (iii') também permite fazer o *desvio mooreano*, ao negar-se a conclusão (5) e ao juntar às premissa (1) e (2), para se derivar a negação de (3).
- É possível fazer esse *desvio mooreano* para concluir com a negação (3) a partir de outros princípios epistémicos, tais como a partir do fiabilismo de Alvin Goldman, do dogmatismo percetivo de James Pryor, do evidencialismo de Conee e Feldman ou de Matthias Steup, etc.

3.5 Tese da cooptação do conhecimento

O meta-conhecimento é o conhecimento sobre o conhecimento. Este pode ser específico e substantivo (como no caso "x sabe que y sabe que Brasília é a capital do Brasil") ou genérico e indefinido (tal como no caso "todos os conhecedores sabem que alguma coisa é conhecida"). Um importante item de meta-conhecimento é o seguinte:

- **Tese da cooptação do conhecimento**: qualquer um que tenha conhecimento que atribua conhecimento a um outro terá que possuir esse conhecimento ele mesmo. Ou, por outras palavras, se x sabe que alguém efetivamente sabe algum facto, x sabe esse próprio facto.

  $K_x K_y p \supset K_x p$

  Esse princípio segue-se das teses anteriores:

  1. $[K_x p \wedge K_x(p \supset q)] \supset K_x q$ (tese da *dedutividade*)
  2. $[K_x K_y p \wedge K_x(K_y p \supset p)] \supset K_x p$ (de 1, por substituição de $K_y p/p$ e p/q)
  3. $K_x(K_y p \supset p)$ (Instância da tese de *veracidade*)
  4. $\therefore K_x K_y p \supset K_x p$ (de 2 e 3) QED

celeiros verdadeiros estão pintados a vermelho. Ora, o sujeito x olha para um celeiro que está pintado de vermelho. Com base na sua experiência percetiva, x acredita corretamente que:
(C1) Há um celeiro vermelho no campo.
Propenso a ser um pouco meticuloso, x também nota que:
(C2) Se há um celeiro vermelho no campo, então há um celeiro no campo.
Daí x deduz competentemente que:
(C3) Há um celeiro no campo.
Ora, a crença (C1) satisfaz (iii), pois se o celeiro não fosse vermelho, não parceria como tal (i.e. seria azul). Mas, a crença (C3) não satisfaz (iii), pois se não fosse um celeiro, poderia ainda assim ser uma fachada e parecer como um celeiro. Assim, a *tese da dedutividade* falha; mas é muito estranho e contraintuitivo afirmar que posso saber que é um *celeiro vermelho*, mas não saber que é um *celeiro*.

[9] Alguém poderia objetar que a *condição de segurança* é uma mera contraposição da *condição de sensibilidade*, sendo dessa forma condições equivalentes. Contudo isso é falso, pois condicionais contrafactuais não contrapõem. Desse modo, a *sensibilidade* e *segurança* não são equivalentes. Para aprofundar isso veja-se Sosa (1999).

3.6 Tese KK (reflexividade do conhecimento)

Pela tese da *veracidade* obtemos a seguinte tese plausível:

⊢ Se $K_xK_xp \supset K_xp$.

Mas o que dizer da conversa dessa tese?

- **Tese KK**: se x sabe que p, então x sabe que x sabe que p. Esta tese da reflexividade do conhecimento é muito debatida pelos lógicos epistémicos. Se for o caso, obtemos no nosso sistema:

$\vdash K_xp \supset K_xK_xp$

Nessa base teríamos também:

$\vdash K_xp \supset K_xK_xK_xp$

E assim por diante. De acordo com Rescher (2005), esse processo interminável de reflexividade do conhecimento é problemático para qualquer concepção realista do conhecimento. Pois, dado que alguém (x) sabe que p, esse facto, que K_xp, está disponível a x por introspeção, mas não por inferência lógica a partir da substância do que ele sabe. O argumento de Williamson contra a luminosidade também constitui uma razão para abandonar a tese KK[10]. Por razões como essas, a tese KK não será incluída no presente sistema *ς*.

Todavia, há versões moderadas ou mais fracas da tese KK que podem ser incluídas no nosso sistema, como a seguinte:

$\vdash K^*{}_xp \supset K^*{}_xK^*{}_xp$

De acordo com essa tese KK mais fraca, as ramificações lógico-conceptuais do que é conhecido por x são creditadas a x. Neste caso estamos apenas perante um conhecimento *disponível* (e não ocorrente ou disposicional), em termos do que pode ser inferido com base no que se sabe. Podemos formular ainda outras versões moderadas ou fracas alternativas da tese KK que podem ter igualmente alguma plausibilidade:

$\vdash (K_xp \wedge B_xK_xp) \supset K_xK_xp$, onde $B_x\phi$ abrevia *x acredita na proposição* ϕ.

$\vdash K_xp \supset \Diamond K_xK_xp$

4 Referências

Kripke, Saul (2011) *Philosophical Troubles: Collected Papers*, *Volume I*. Oxford University Press.
Nozick, Robert (1981) *Philosophical explanations*. Oxford University Press.
Rescher, Nicholas (2005) *Epistemic Logic: a Survey of the Logic of Knowledge*. University of Pittsburgh Press.
Rescher, Nicholas (2006) "Epistemic Logic". In *A Companion to Philosophical Logic*, ed. Dale Jacquette. Blackwell Publishing.
Sosa, Ernest (1999) "How to Defeat Opposition to Moore". In *Philosophical Perspectives*, 13, pp. 141-154.
Williamson, Timothy (2000) *Knowledge and its Limits*. Oxford University Press.

[10] Williamson (2000) argumenta contra a possibilidade de "condições luminosas". Uma condição é luminosa sse é tal que se e quando x está nela, também x está numa posição de saber que está nela. Ora, a tese KK pode ser interpretada como sustentado que a condição de conhecer uma proposição é luminosa. Assim, se a tese da luminosidade falha, também falhará a tese KK.